УДК 519.865.7; 338.242

МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ ФІНАНСОВИМИ ПОТОКАМИ ЕКОНОМІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

П. Комазов

Класичний приватний університет
69002, м. Запоріжжя, Жуковського 70-б.
E-mail: komazov@mail.ru

У даній статті розглядаються актуальні питання визначення параметрів багатомірних фінансових потоків у ринкових умовах, в умовах невизначеності. Запропоновано метод визначення параметрів багатомірних фінансових потоків, заснований на використанні методу максимуму правдоподібності й теорії нечітких множин, що дозволяє оцінити мінімально-можливе середньоквадратичне відхилення оцінюваних параметрів.

Ключові слова: невизначеність, оцінка параметрів, метод максимуму правдоподібності, нечіткі множини.

Розвиток ринкової економіки в Україні вимагає розв'язання сучасних економічних задач, серед яких важливе місце займають задачі управління підприємством в умовах нестабільної економіки.

Динамічні зміни зовнішнього середовища вимагають розробки нових підходів, методів і моделей управління фінансовими потоками й іншими структурами промислових підприємств. З огляду на швидкі зміни зовнішніх факторів, які впливають на виробництво, інституціональні й законодавчі зміни, гостро виникає необхідність створення інформаційних систем підтримки прийняття рішень, здатних швидко й адекватно реагувати на ці зміни. Для забезпечення стабільності підприємства до факторів нестабільності зовнішнього середовища їх (фактори) необхідно враховувати при моделюванні. Тому що найчастіше неможливо точно визначити які саме зміни відбудуться в зовнішньому середовищі - доцільно використовувати інструментарій нечітких множин, що дозволяє розширити можливості моделювання різних видів невизначеностей.

У даній роботі пропонується метод визначення параметрів багатомірних фінансових потоків із застосуванням методу максимуму правдоподібності й теорії нечітких множин.

Діяльність будь-якої фірми включає рух грошових коштів, що являє собою багатомірний процес. Обсяг коштів варіюється в часі залежно від внутріфірмових і різних зовнішніх факторів. Як внутрішні, так і зовнішні фактори найчастіше піддані змінам, які неможливо точно передбачати. Однією із задач фірми є ефективне управління фінансовими потоками, визначення функціонального взаємозв'язку прибутку (рентабельності, обсягу коштів, витрат) залежно від певних параметрів. Знаючи структуру фінансових потоків можна ефективно планувати й прогнозувати діяльність фірми.

Як відзначалося раніше, у реальності діяльність будь-якої фірми характеризується безліччю факторів невизначеності: невизначеність вихідних даних, невизначеність зовнішнього середовища, невизначеність, пов'язана з характером виробництва, невизначеність вимог, що пред'являються до ефективності діяльності, що приводить до необхідності використання інструментарію нечітких множин.

На багатомірні фінансові потоки впливає безліч випадкових факторів, які неможливо передбачати й урахувати. Метод максимуму правдоподібності дозволяє оцінити невідомі параметри у випадку присутності випадкових впливів, а також оцінити мінімально-можливе середньоквадратичне відхилення оцінюваних параметрів. Крім того, метод є найбільш універсальним стосовно форми подання вибіркових даних (структури вибірки), по яких оцінюються параметри. Метод моментів вимагає перетворення групованих даних до негрупованих, тільки після чого оцінюються параметри з використанням при необхідності (або можливості) виправлень на групування. Навпроти, метод мінімуму χ^2 й споріднені з ним використовують тільки груповані дані: якщо в розпорядженні дослідника є індивідуальні спостереження, вибірку варто перетворювати в повністю групову. Метод максимальної правдоподібності на відміну від інших дозволяє визначати оцінки максимальної правдоподібності параметрів по негрупованим, частково групованим і групованим даним, тобто дає можливість дослідникові самому визначати, у якому виді реєструвати й у якому виді зберігати експериментальну інформацію залежно від характеристик приладів, що реєструють спостереження, і об'єму експериментальної інформації.

Функція правдоподібності визначається по системі спостережуваних значень $x_1, \ldots x_N$ як значення N-мірної функції щільності ймовірності, пов'язаної зі спостереженнями в точці N-мірного простору, що має координати, що визначаються системою спостережених значень:

$$L(x_1,...,x_N;\alpha_1,...,\alpha_m) \equiv \prod f_i(x_1,...,x_N;\alpha_1,...,\alpha_m)\,. \qquad (1)$$

Максимально правдоподібна оцінка α_i^* - такий набір значень α_i, для якого функція правдоподібності, обчислена за спостережуваним значенням максимальна. Оскільки функція ln(L) досягає максимуму при тих же значеннях α_i, що й L варто вирішувати систему рівнянь правдоподібності

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial \alpha_i} = 0\,. \qquad (2)$$

Всі розв'язки виду $\alpha_i = const$ відкидаються й залишаються тільки ті, які залежать від вибіркових значень $\alpha_i = \alpha_i(x_1,...,x_N)$. При цьому якщо існує набір спільно-ефективних оцінок α_i^*, то рівняння правдоподібності мають єдиний розв'язок $\alpha_i^* = \alpha_i$.

Розглянемо застосування методу максимуму правдоподібності для деяких розподілів.

Одномірний фінансовий потік. Позначимо через x_i число надходжень коштів на даний момент часу із продажу товару. Оцінимо параметр λ процесу надходжень коштів, у припущенні що він - пуасонівський.

Функція правдоподібності має вигляд:

$$L(\lambda) = \prod_{i=1}^{n} P(X_i = x_i) = \prod_{i=1}^{n} e^{-\lambda} \frac{\lambda^{x_i}}{x_i!} \qquad (3)$$

Логарифм функції правдоподібності має вигляд:

$$\ln(L(\lambda)) = l(\lambda) = \ln\left(\prod_{i=1}^{n} e^{-\lambda} \frac{\lambda^{x_i}}{x_i!}\right) = C - n\lambda + \ln(\lambda)\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (4)$$

де C - вираз, що залежить від фіксованих величин x_i і не залежить від параметра λ.

З умови $\frac{dl(\lambda)}{d\lambda} = 0$ отримуємо $\lambda = \sum_{i=1}^{n} x_i / n = \overline{x}$.

Оцінимо параметри розподілу Парето $f(x)=\dfrac{\alpha\lambda^{\alpha}}{(\lambda+x)^{\alpha+1}}, x>0, \alpha>0, \lambda>0$, використовуючи метод максимальної правдоподібності. Нехай $\hat{\alpha}$ і $\hat{\lambda}$ - оцінки максимальної правдоподібності для розподілу Парето, отримані по вибірковим даним $(x_1,\ldots,x_n)$.

Функція правдоподібності має вигляд:

$$L(\alpha,\lambda,x)=\prod_{i=1}^{n} f(x_i)=\prod_{i=1}^{n}\frac{\alpha\lambda^{\alpha}}{(\lambda+x_i)^{\alpha+1}}. \tag{5}$$

Логарифмуємо:

$$\begin{aligned} l(\alpha,\lambda,x)=\ln\left(L(\alpha,\lambda,x)\right)\ \sum_{i=1}^{n}(\ln\alpha+\alpha\ln\lambda-(\alpha+1)\ln(\lambda+x_i) = \\ = n\ln\alpha+n\alpha\ln\lambda-(\alpha+1)\sum_{i=1}^{n}\ln(\lambda+x_i). \end{aligned} \tag{6}$$

З умови $\dfrac{dl}{d\alpha}=0$ отримуємо:

$$\frac{dl}{d\alpha}=\frac{n}{\alpha}+n\ln\lambda-\sum_{i=1}^{n}\ln(\lambda+x_i)=0, \tag{7}$$

звідки

$$\hat{\alpha}=\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\ln(1+x_i/\hat{\lambda})}. \tag{8}$$

З умови $\dfrac{dl}{d\lambda}=0$ отримуємо:

$$\frac{dl}{d\alpha}=\frac{n\alpha}{\lambda}-(\alpha+1)\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\lambda+x_i}=0, \tag{9}$$

звідки:

$$\hat{\alpha}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\hat{\lambda}+x_i}}{\sum_{i=1}^{n}\frac{x_i}{\hat{\lambda}(\hat{\lambda}+x_i)}}. \tag{10}$$

Дорівнюючи дві отриманих рівності (8) і (10), отримуємо нелінійне рівняння для знаходження $\hat{\lambda}$, що може бути вирішене за допомогою чисельних методів:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\hat{\lambda}+x_i}}{\sum_{i=1}^{n}\frac{x_i}{\hat{\lambda}(\hat{\lambda}+x_i)}}-\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\ln(1+x_i/\hat{\lambda})}=0. \tag{11}$$

Розглянемо застосування методу на прикладі.

Нехай x_i - число надходжень коштів на даний момент часу із продажу товарів чотирьох філій $Ф_i$ автовиробника.

Таблиця 1.

Розміри надходжень коштів по філіям, дол.

$Ф_1$			$Ф_2$			$Ф_3$			$Ф_4$		
25	27	74	85	103	116	451	474	494	502	530	542
133	160	208	241	242	255	562	593	608	670	686	690
269	273	283	301	303	330	715	756	820	828	884	892
347	360	368	376	379	385	965	1052	1080	1082	1149	1204
1263	1271	1352	1386	1499	1547	2849	2988	3109	3165	3382	3442
1566	1636	1672	1707	1821	1830	3511	3514	3530	4067	4526	5005
1856	1874	1915	2031	2067	2241	5064	5480	6045	7002	7244	7476
2414	2422	2522	2587	2728	2798	8737	9196	16369	17604	25317	58523

Згладжені дані показані на діаграмі (рис. 1). З гістограми видно, що розподіл повинен бути асиметричним і загасаючим.

Оцінимо параметр θ процесу надходжень коштів, у припущенні що він – експоненційний, із щільністю розподілу

$$f(x,\theta) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, \quad x,\theta > 0. \qquad (12)$$

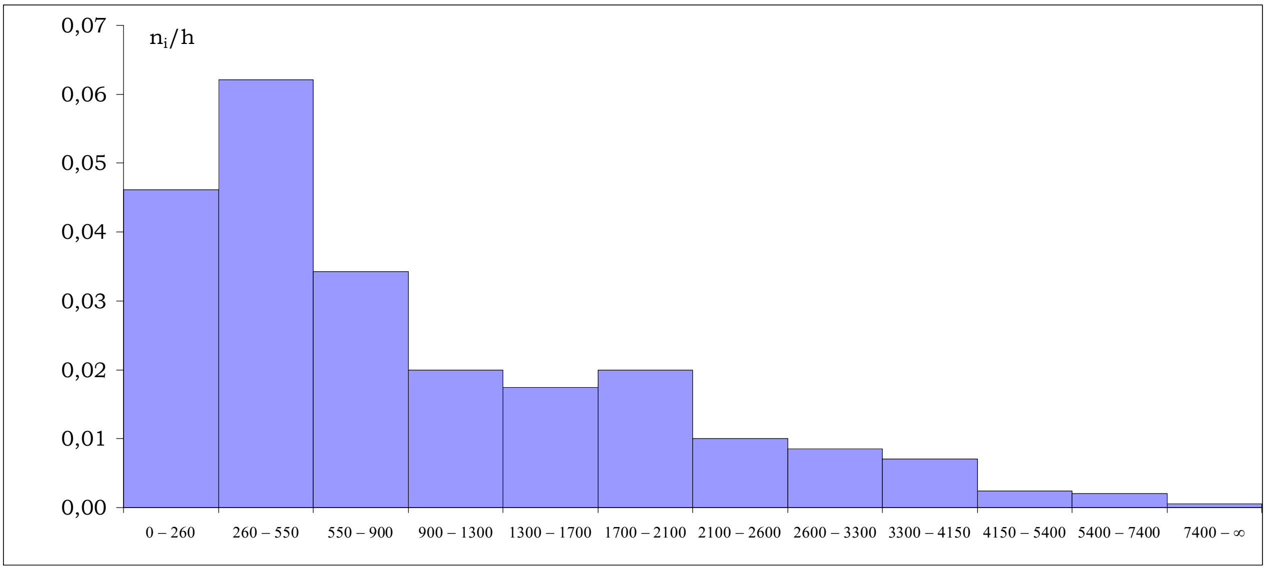

Рис. 1. Гістограма вихідних даних

Згідно методу максимальної правдоподібності оцінюваний параметр дорівнює:

$$\hat{\theta} = \sum_{i=1}^{n} x_i / n = \bar{x}, \ \hat{\theta} = 2989{,}813. \qquad (13)$$

Оцінимо параметри розподілу, у припущенні, що процес надходжень коштів має розподіл Парето, використовуючи метод максимальної правдоподібності.

Згідно (5) - (9) для оцінки параметрів $\hat{\lambda}$, $\hat{\alpha}$ необхідно розв'язати нелінійне рівняння (11). Розв'язання даного рівняння методом Ньютона з точністю до $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-9}$ дає наступні значення:

$$\hat{\lambda} = 2707{,}5277; \ \hat{\alpha} = 1{,}9102.$$

Для порівняння моделей використовуємо критерій χ^2. Значення критеріїв:

Експонентна модель: χ^2=22,9 ($\chi^2_{табл} = 18{,}3$), $\sigma = 5{,}031$;

Модель Парето: χ^2=5,84 ($\chi^2_{табл} = 16{,}9$), $\sigma = 0{,}109$.

Як видно з розрахунків модель Парето адекватна й дає гарне наближення вихідних даних (рис. 2).

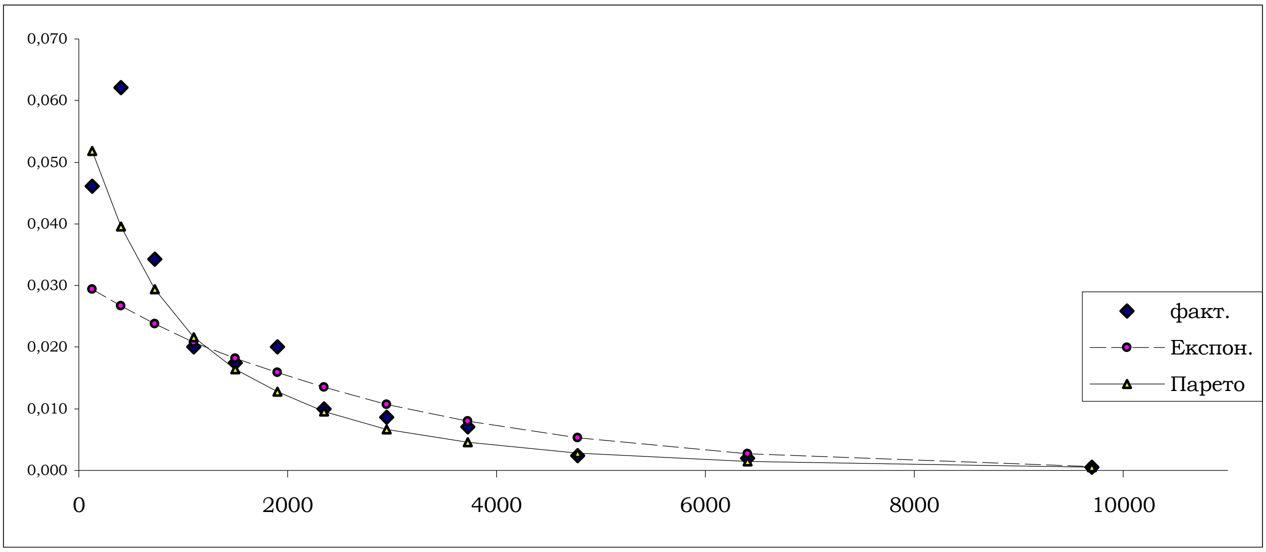

Рис. 2. Фактичні та розрахункові данні

Приклад оцінки параметрів багатомірного фінансового потоку наведений в [4].

У випадку, коли спостереження ($x_1,...,x_n$) являють собою "звичайні" числові значення – процес визначення параметрів зводиться до розв'язання системи рівнянь правдоподібності аналітичними або чисельними методами. У випадку, коли спостереження ($x_1,...,x_n$) – нечіткі числа, розв'язання рівняння або системи рівнянь правдоподібності можна знаходити відповідно до [1].

Розв'язання системи рівнянь у випадку, коли коефіцієнти й праві частини рівнянь задані випадковими величинами, можливо й звичайними методами. Однак нечіткий вектор $\{\tilde{x}\}$ результатів у цьому випадку виявляється сильно "розмитим", через наявність операцій розподілу увесь час є небезпека ділення на нуль і є теоретична некоректність такого підходу до розв'язання системи лінійних рівнянь через те, що множина нечітких чисел не є групою щодо операції множення.

Системи нечітких рівнянь можуть бути зведені до систем звичайних детермінованих рівнянь різними способами [3]. Наприклад, одиничний інтервал розбивається на r-рівнів і кожне рівняння заміняється n_r інтервальними рівняннями, а потім задача з обмеженнями по включенню перетворяться в задачі з обмеженнями типу нерівностей. Застосування цього перетворення збільшує розмірність задачі, однак при цьому зберігається можливість використання добре відомих класичних методів.

Для розв'язання систем лінійних рівнянь із нечіткими змінними й речовинними коефіцієнтами можна використовувати результати наступної теореми [2].

Теорема. Нехай X=Y= R^n - базова множина. A=$\|A_{ij}\|$ - оборотна матриця nxn і задане відображення f: $R^n \to R^n$ виду $F_1^{(1)} = F_1/S_{11}$. Тоді, якщо $Q_x, Q_y = f(Q_x) \in F(R^n)$, то справедливо наступне співвідношення [2]:

$$\mu_{Q_{Y_j}}(y_j) = \sup_U \mu_{Q_X}(x_1, x_2, ..., x_n),$$
$$U = \left\{ (x_1, x_2, ..., x_n) \mid \sum_i a_{ij} x_i = y_j \right\}, \tag{14}$$

де Q_{Y_j} - проекція F-вектора Q_Y на вісь j.

Наслідок. Якщо $\mu_{Qx}(x_1, x_2, ..., x_n) = \mu_{Qx_1}(x_1) \wedge \mu_{Qx_2}(x_2) \wedge ... \wedge \mu_{Qx_n}(x_n)$, де $Q_{x_i}, i = \overline{1,n}$ - проекція F-вектора Q_x, то з (14) і визначення алгебраїчних операцій над F- величинами [1] випливає, що

$$Q_{Y_j} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} Q_{x_i},\ a_{ij} \in R,\ Q_{x_i} \in F(R)\,. \tag{15}$$

Розглянемо систему лінійних рівнянь із інтервальними коефіцієнтами:

$$\sum_{j=1}^{n} \overline{a}_{ij}\, \overline{x}_j = \overline{b}_i,\ i = \overline{1,n}\,. \tag{16}$$

Для розв'язання даної системи рівнянь можна використовувати наступний ітераційний алгоритм.

1. Вибирається розширений вектор $\overline{x}^{s} \supseteq \overline{x}$, який можна представити у вигляді

$$\overline{x}^{s} = (x_{j1} - \delta x_{j1}^{s}, x_{j2} - \delta x_{j2}^{s}),\ i = \overline{1,n} \tag{17}$$

2. Обчислюється розширений вектор вільних членів

$$\sum_{j=1}^{n} \overline{a}_{ij}\, \overline{x}_j = (b_{i1} - \delta b_{i1}^{s}, b_{i2} - \delta b_{i2}^{s}), i = \overline{1,n} \tag{18}$$

3. Виключивши $\overline{x}_j, \overline{b}_i$ з (18), отримуємо систему звичайних лінійних рівнянь щодо збільшень $\delta x_{j1}^{s}, \delta x_{j2}^{s}$, що вирішується одним з відомих способів.

4. Визначається уточнений вектор $\overline{x}^{(s+1)}$

$$\overline{x}^{(s+1)} = (x_{j1}^{s} - \delta x_{j1}^{s}, x_{j2}^{s} - \delta x_{j2}^{s}),\ i = \overline{1,n}\,. \tag{19}$$

5. Знову обчислюється розширений вектор вільних членів

$$\sum_{j=1}^{n} \overline{a}_{ij}\, \overline{x}^{(s+1)} = (b_{i1} - \delta b_{i1}^{(s+1)}, b_{i2} - \delta b_{i2}^{(s+1)}), i = \overline{1,n}\,. \tag{20}$$

6. Перевіряється критерій закінчення розрахунку

$$\max |\delta b_{ik}^{(s+1)}| \le \xi, k = 1,2\,, \tag{21}$$

де ξ - задана точність.

Якщо умова (21) виконується, то розрахунок закінчується, інакше переходять до етапу 3.

Для розв'язання системи нелінійних рівнянь може використовуватися також ітераційний метод з лінеаризацією рівнянь на кожному кроці ітерації по одному з відомих способів (наприклад, методом Ньютона).

1. Спочатку систему нелінійних рівнянь за допомогою операцій над сполученими інтервалами [1] приводять до вигляду:

$$\begin{cases} f_1^{*}(\overline{x}_1, \overline{x}_2, ..., \overline{x}_n) = 0 \\ f_2^{*}(\overline{x}_1, \overline{x}_2, ..., \overline{x}_n) = 0 \\ \dots\ \dots\ \dots \\ f_n^{*}(\overline{x}_1, \overline{x}_2, ..., \overline{x}_n) = 0 \end{cases}. \tag{22}$$

2. Потім на кожному кроці ітерації s розв’язується система лінійних рівнянь

$$\begin{cases} \dfrac{\delta f_1^{s}}{\delta x_1}\left(\overline{x}_1^{(s+1)} - \overline{x}_1^{*s}\right) + \ldots + \dfrac{\delta f_1^{s}}{\delta x_n}\left(\overline{x}_n^{(s+1)} - \overline{x}_n^{*s}\right) \quad - f_1^{*s} \\ \dots\ \dots\ \dots \\ \dfrac{\delta f_n^{s}}{\delta x_1}\left(\overline{x}_1^{(s+1)} - \overline{x}_1^{*s}\right) + \ldots + \dfrac{\delta f_n^{s}}{\delta x_n}\left(\overline{x}_n^{(s+1)} - \overline{x}_n^{*s}\right) \quad - f_n^{*s} \end{cases} \tag{23}$$

3. Перевіряється критерій закінчення розрахунку

$$\max |\delta b_{ik}^{(s+1)}| \le \xi, k = 1,2\,,$$

де ξ - задана точність.

Якщо умова виконується, то розрахунок закінчується, інакше переходять до етапу 2.

Для систем рівнянь із нечіткими коефіцієнтами - виконується дискретизація вихідних функцій приналежності по r-рівнях і розв'язуються відповідні системи рівнянь із інтервальними коефіцієнтами.

Таким чином, запропоновано метод визначення параметрів багатомірних фінансових потоків, заснований на використанні методу максимуму правдоподібності й теорії нечітких множин, що дозволяє оцінити мінімально можливе середньоквадратичне відхилення оцінюваних параметрів. Даний метод може бути використаний для моделювання й прогнозування діяльності економічних об'єктів.

1. Алтунин А.Е., Семухин М.В. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях: Монография. Тюмень: Издательство Тюменского государственного университета, 2000. 352 с

2. Алтунин А.Е., Чуклеев С.Н., Семухин М.В., Крел Л.Д. Методические рекомендации по применению теории нечеткости в процессах контроля и управления объектами газоснабжения. Тюмень, 1983, 136 с.

3. Иванов Н.Н., Комазов П.В. Проблема выбора параметров многомерной экономической модели. – Економіка: проблеми теорії та практики. Міжвузівський збірник наукових праць. Випуск 19. Дніпропетровськ: Наука і освіта , 2000р., 257 с.

4. Иванов Н.Н., Комазов П.В. Оценка параметров многомерных финансовых потоков. – Економіка: проблеми теорії та практики. Міжвузівський збірник наукових праць. Випуск 17. Дніпропетровськ: Наука і освіта, 2000р., 230 с.

5. Негойце К. Применение теории систем к проблемам управления. М: Мир, 1981, 179с.

6. Прикладные нечеткие системы: Пер. с япон./ К. Асаи, Д. Ватада, С. Иван и др.; под редакцией Т. Тэрано, К. Асаи, М. Сугэно.-М.: Мир, 1993. 368 с, ил.

MODELLING CONTROL SYSTEMS FINANCIAL STREAMS OF ECONOMIC OBJECTS

P. Komazov

Classical private university
69002, Zaporizhzhya,70-b Zhykovsky street,
E-mail: komazov@mail.ru

In given article topical questions of definition of parametres of multidimensional financial streams in market conditions and in the conditions of uncertainty are considered. The method of definition of parametres of the multidimensional financial streams, based on use of a maximum likelihood method and the theory of the indistinct sets is offered, allowing to estimate is minimum-possible mean-square deviation of estimated parametres.

Keywords: uncertainty, an estimation of parametres, maximum likelihood method, indistinct sets.