

УДК 330:519

ОЦІНКА РЕГІОНАЛЬНИХ ТЕНДЕНЦІЙ ПОПИТУ НА ОРЕНДУ ПРИМІЩЕНЬ МУНІЦИПАЛЬНОЇ ВЛАСНОСТІ

Л. Захаревич¹, Г. Петрик², І. Твердохліб³

¹Університет “Львівський Ставропігон”
79000 м. Львів, вул. Замкнена, 9

²Львівський національний університет імені Івана Франка
79008 м. Львів, проспект Свободи, 18

³Львівський національний університет імені Івана Франка
79008 м. Львів, проспект Свободи, 18

E-mail: i_tverdok@franko.lviv.ua

Розглядається проблема аналізу тенденцій попиту на регіональному ринку оренди приміщень. Запропонована економіко-математична модель оцінки величин цінових перехресних еластичностей попиту на орендні послуги, яка використовує відому AIDS-модель споживання. Проведена апробація моделі на інформації про надані орендні послуги одною з міських поліклінік м. Львова.

Ключові слова: трансформаційна економіка, оренда, орендні послуги, цінові еластичності, AIDS-модель споживання, функція попиту.

Вступ. В умовах реформування соціально-економічної системи України найскладніше прийшло підприємствам муніципальної власності. Скорочення державного фінансування, стрибки цін, відкритість економічного простору держави, технологічна відсталість, диктат природних монополістів – ось далеко не повний перелік негативних факторів, які суттєво впливають на фінансово-господарські показники їхньої діяльності. З метою залучення альтернативних джерел фінансування такі підприємства активно здають надлишок площ в оренду організаціям та підприємцям. Фактично у кожному регіоні сформувався *ринок оренди приміщень*. Проте дослідники поки-що обходять увагою економічні процеси на таких ринках і тому спостерігаємо брак публікацій з цієї проблематики.

1. Постановка завдання. Нехай на території деякої адміністративно-територіальної одиниці (регіону) підприємство комунальної власності надає в оренду частину своїх приміщень. Кожен орендатор (фізична чи юридична особа) сплачує помісячно вартість орендування переданих йому приміщень. Зазвичай, оплачується не тільки орендна плата за надані у користування площі, а й послуги, якими користаються орендарі у приміщеннях підприємства. Для кожного підприємства існує своя сукупність орендаторів, досить стійка у часі.

Процес орендування приміщень підприємства орендарем характеризується такими даними як ціни на оренду і послуги, обсяги щомісячних виплат за оренду, індекс цін в регіоні, зміна попиту і пропозиції на ринку нерухомості. Метою наукового дослідження була *оцінка тенденцій зміни попиту на оренду приміщень комунальної власності у м. Львові*. Задекларована мета включає вирішення такої послідовності завдань:

- вибір ринкової моделі споживання як інструментального засобу аналізу попиту на оренду приміщень на регіональних ринках;
- адаптація вибраної моделі з метою врахування специфіки предметної області та трансформаційної економіки;
- апробація економіко-математичної моделі на реальних даних, що характеризують тенденції попиту на оренду приміщень підприємств муніципальної власності м. Львова;

- побудова функцій попиту на оренду приміщень муніципальної власності.

Традиційним інструментом оцінки попиту на блага у ринковій економіці виступає такий економічний показник як *еластичність попиту* та *функція попиту* [1]. Саме з їх допомогою і будемо оцінювати кількісно тенденції попиту на оренду приміщень конкретного підприємства чи організації. Тобто на вказаному часовому проміжку $T = [t_0; t_m] = \{t_0, t_1, t_2, \dots, t_m\}$ на підставі облікової інформації про обсяги орендних платежів, цін на послуги і таке інше у зазначені періоди часу $t_i \in T$ потрібно:

- оцінити значення цінових еластичностей попиту на послуги орендування приміщень муніципальної власності в розрізі орендарів;
- знайти аналітичний вираз функції попиту на оренду приміщень підприємства комунальної власності.

Так як обчислити цінові еластичності попиту на орендні послуги можна різними способами, то нами обрана для цього теорія збалансованого бюджету споживача Є. Слуцького. Як відомо, Є. Слуцький дослідив умови існування розв'язку такої неокласичної моделі споживання [2]: *знайти обсяги x_i споживання благ, щоб*

$$U(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \max \quad (1)$$

при умовах

$$\begin{cases} p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_n x_n \leq B; \\ x_i \geq 0 \quad (i = \overline{1; n}), \end{cases} \quad (2)$$

де $U(x_1, \dots, x_n)$ - деяка функція корисності, p_i - ціна i -го блага, а B - бюджет споживача, виділений для придбання набору благ.

Виберемо так звану *затратну* (цінову) *функцію корисності*, яка використовується в AIDS-моделі споживання [3]. Ця функція аналітично записується у такому вигляді:

$$\log U = \alpha_0 + \sum_{k=1}^n \alpha_k \log p_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{kj} \log p_k \log p_j + u \beta_0 \prod_{k=1}^n p_k^{\beta_k}, \quad (3)$$

де α_0, β_0 - деякі константи; $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ - вектори часток розподілу бюджету B на споживання в розрізі благ на відповідно мінімально необхідному та забезпеченому рівнях; u - параметр наближення споживання до максимального рівня, $u \in [0; 1]$; p_j - ринкова ціна j -го блага; γ_{kj} - цінові перехресні еластичності попиту, які мають наступний економічний зміст: *1% зміни ціни на j -те благо змінює попит на k -те благо на величину γ_{kj} %.*

Якщо застосувати у задачі (1), (2) функцію корисності виду (3), то прийдемо до так званої *майже ідеальної моделі споживання* або *AIDS-моделі* [3]. Саме ця модель вибрана нами для досягнення поставленого мети.

2. Економіко-математична модель оцінки попиту на оренду приміщень в регіоні.

Для оцінки залежності попиту на оренду приміщень від цінової політики на регіональних ринках адаптовано так звану AIDS-модель [3], яка дає змогу побудувати функцію попиту на оренду приміщень на підставі *цінових перехресних еластичностей*.

Нехай [4] деяке муніципальне підприємство F здає в оренду частину своїх приміщень. Позначимо через O_F множину орендарів площ підприємства F , а через D_F сукупність послуг, оплачених орендарями. Традиційно множину послуг D_F складають: *орендна плата, земельний податок, комунальні послуги*. Тобто маємо три послуги, які занумеруємо числами від 1 до 3.

Для характеристики попиту на оренду приміщень підприємства використаємо таку сукупність економічних показників:

- $y_{ij}(t), w_{ij}(t)$ - відповідно обсяги орендних платежів (у грн.) та частка оплати i -м орендарем за j -у послугу в t -й період;
- $\bar{\alpha}_i(t), \bar{\beta}_i(t) \in E^3$ - вектори, що характеризують у контексті AIDS-моделі попит на послуги із множини D_F i -го орендаря відповідно на мінімально-необхідному та максимальному рівнях у період t ;
- $\bar{p}_i(t) \in E^3$ - ціновий вектор послуг D_F у період t , де $p_{ij}(t)$ - ціна j -ої послуги в t -й період для i -го орендаря, а E^3 - тривимірний евклідовий простір;
- $P(t)$ - ціновий індекс по групі послуг D_F за період t ;
- $Y_i(t)$ - сума оплати (у грн.) i -им орендарем за користування приміщеннями F -го муніципального підприємства за період t ;
- $x_{ijk}(t)$ - цінова перехресна еластичність попиту на послуги множини D_F для i -го орендаря в період t .

Економіко-математичну модель оцінки попиту на оренду приміщень муніципальної власності можна записати у такій компактній матрично-векторній формі: для всіх $i \in O_F$

знайти такі $\alpha_{ij}(t), \beta_{ij}(t)$ ($j = \overline{1,3}$), $\alpha_{i0}(t), x_{ijk}(t)$ ($j, k = \overline{1,3}$), щоб

$$\begin{cases} \bar{\alpha}_i(t) + X_i(t)\bar{a}_i(t) + c_i(t)\bar{\beta}_i(t) = \bar{w}_i(t); \langle \bar{\alpha}_i(t), \bar{e} \rangle = 1, \langle \bar{\beta}_i(t), \bar{e} \rangle = 0; \\ X_i(t)\bar{e} = 0; \alpha_{i0} + \langle \bar{\alpha}_i(t), \bar{a}_i(t) \rangle + 0.5 \times \langle \bar{a}_i(t), X_i(t)\bar{a}_i(t) \rangle = \log P(t), \end{cases} \quad (4)$$

де координати векторів $\bar{w}_i(t), \bar{a}_i(t), \bar{e} \in E^3$ визначаються для всіх $j = \overline{1,3}$ за формулами

$$w_{ij}(t) = \frac{y_{ij}(t)}{Y_i(t)}; \quad a_{ij}(t) = \log p_{ij}(t); \quad c_i(t) = \log \frac{Y_i(t)}{P(t)}; \quad \bar{e} = (1,1,1) \in E^3, \quad (5)$$

а $X_i(t) = (x_{ijk}(t))$ - квадратна симетрична матриця розмірності 3×3 , $\langle \bullet, \bullet \rangle$ - скалярний добуток векторів простору E^3 .

Розв'язавши систему рівнянь (4),(5) для кожного $i \in O_F$ і знайшовши вектори $\bar{\alpha}_i(t), \bar{\beta}_i(t) \in E^3$ та матриці $X_i(t)$, можна побудувати аналітично функції попиту у формі часток

$$w_{ij}(t) = \alpha_{ij}(t_0) + \sum_{k=1}^3 x_{ijk}(t) \log p_k(t) + c_i(t_0) \beta_{ij}(t_0) \quad (j = \overline{1,3}), \quad (6)$$

де t_0, t - відповідно базовий і прогностичний періоди. Обчислені за (6) координати вектора \bar{w}_i для прогностичного періода t будуть визначати очікувані обсяги орендних платежів i -го орендаря при зміні цін на послуги множини D_F . Узагальнена функція попиту на оренду приміщень підприємства F така:

$$w_j^F(t) = \alpha_j^F(t_0) + \sum_{k=1}^3 x_{jk}^F(t_0) \log p_j(t) + c^F(t_0) \beta_j^F \quad (j = \overline{1,3}), \quad (7)$$

де $t_0, t \in [0; T]$, w_j^F - вказує на очікувану частку j -ої послуги із D_F у сумі оплати за оренду приміщень підприємства F у прогностичний період, а решта параметрів (7) розраховуються як зважені величини за формулами

$$\begin{cases} \alpha_j^F(t_0) = \sum_{i \in O_F} \omega_i \alpha_{ij}(t_0) \quad (j = \overline{1,3}), & x_{jk}^F(t) = \sum_{i \in O_F} \omega_i x_{ijk}(t) \quad (j, k = \overline{1,3}), \\ \beta_j^F(t_0) = \sum_{i \in O_F} \omega_i \beta_{ij}(t_0) \quad (j = \overline{1,3}), & c^F(t_0) = \log \left(\sum_{i \in O_F} Y_i(t_0) / P(t) \right). \end{cases} \quad (8)$$

Коефіцієнти ω_i визначають значущість окремих орендарів для підприємства і вираховуються через співвідношення:

$$\omega_i = \frac{\sum_{t \in [0;T]} Y_i(t)}{\sum_{i \in O_F} \sum_{t \in [0;T]} Y_i(t)} \quad (i \in O_F). \quad (9)$$

3. Методика оцінки тенденцій попиту на оренду приміщень муніципальної власності. Детальний аналіз структури системи рівнянь (4) нашої моделі, з одного боку, вказує на їхню лінійність, а з другого – засвідчує меншу кількість рівнянь порівняно з числом невідомих. Те, що система (4) лінійна, є позитивним аспектом моделі, оскільки дозволяє застосувати класичні методи розв’язування систем лінійних рівнянь, наприклад, формули Крамера. Друга властивість унеможливорює використання названого способу. Кількість невідомих у системі (4) складає 15, а рівнянь є тільки 12, якщо їх записати у координатній формі. Тому систему (4) ще потрібно буде доповнювати трьома рівняннями таким чином, щоб матриця розширеної системи лінійних рівнянь (4) була невивродженою. Очевидно, що найкраще використати для доповнення останнє рівняння системи, коефіцієнти якого вираховувати для різних періодів.

Алгоритм пошуку розв’язку моделі (4)-(9) включає декілька послідовних етапів. Нижче коротко описується сутність цих етапів.

Збір та підготовка вхідних даних. Потрібно визначити часовий інтервал $[0; T]$, за який збирається інформація щодо стану оренди приміщень підприємства комунальної власності, а також для кожного орендаря здійснити вибір множини періодів $T_i = \{t, t \neq t_0, t \in [0; T]\}$, які будуть використовуватись для доповнення системи рівнянь (4). Включати у множину слід періоди, у яких змінювались ціни. Відкидаються періоди, для яких останнє рівняння співпадає, оскільки в цьому випадку визначник матриці доповненої системи (4) буде нульовим і тому неможливо буде застосувати формули Крамера. Для кожного періоду $t \in T_i$ треба знати значення $y_{ij}(t)$, $Y_i(t)$ та $s_i(t)$ - орендована площа підприємства i -м орендарем у період t .

На другому етапі обчислюємо ціну оренди одного метра квадратного орендованої площі за кожний період в розрізі орендарів. Оскільки ціни на послуги множини D_F можуть досить часто змінюватись і впливати на обсяги орендних платежів, то найкраще розрахувати середньозважені ціни оренди за період та вважати їх координатами цінового вектора $\vec{p}_i(t)$.

Обчислення параметрів моделі для кожного орендаря є змістом *третього етапу* методики. Потрібно за формулами (5) на підставі вхідних даних розрахувати координати векторів \vec{w}_i , \vec{a}_i та константи c_i . Ці величини формують коефіцієнти розширеної системи лінійних рівнянь (4) для кожного орендаря.

Формування системи лінійних рівнянь виду (4) для кожного орендаря – ключова процедура методики, яка визначає суть *четвертого етапу*. Метою є доповнення системи (4) додатковими 3-ма рівняннями з урахуванням вибраної множини періодів $T_i \subseteq [0; T]$, визначення коефіцієнтів її рівнянь на підставі вхідних даних і розрахованих параметрів та запис у координатній формі. З цією метою робимо заміну змінних виду

$$z_{ij} = \alpha_{ij}(t), \quad z_{i,j+3} = \beta_{ij}(t), \quad z_{i,6+(j-1) \times 3+k} = x_{ijk}(t) \quad (j, k = \overline{1,3}). \quad (10)$$

Підставивши (10) у (4), отримаємо систему лінійних рівнянь для i -го орендаря, яку можна записати у матрично-координатній формі як

$$A_i \vec{z}_i = \vec{b}_i. \quad (11)$$

У (11) через A_i позначено матрицю розмірності 15×15 з коефіцієнтами розширеної системи рівнянь виду (4) для i -го орендаря.

На *n'ятому етапі* розв'язуємо систему (11) з допомогою формул Крамера [5] і отримуємо як розв'язок вектор \vec{z}_i , звідки визначаємо координати оптимальних векторів $\vec{\alpha}_i(t), \vec{\beta}_i(t)$ та матриці $X_i(t)$ на підставі (10).

Останній, *шостий*, етап методики передбачає побудову функцій попиту на оренду приміщень підприємства муніципальної власності у розрізі орендарів та в цілому по підприємству. З цією метою використовуються співвідношення (6)-(9) нашої моделі, які уточнюються результатами попереднього етапу.

4. Апробація моделі. Модель (4)-(9) була апробована на реальних даних про обсяги щомісячних орендних платежів за оренду приміщень 2-ої міської поліклініки м. Львова протягом 1999-2002рр. Щоб сформувані систему лінійних рівнянь виду (4), вибрали як періоди роки, тобто $t = \{1999; 2000; 2001; 2002\}$. Попередньо місячні облікові дані узагальнювали з метою коректного визначення потрібних параметрів – річних обсягів орендних платежів, річних цін послуг за 1 м^2 орендованої площі, річного індексу зростання суми орендної плати для орендарів. Значення $p_{ij}(t)$ розраховували як зважену середньомісячну ціну j -ої послуги орендування у t -му році в розрізі орендарів.

Оскільки $|D_F| = 3$ і коефіцієнти α_{i0} не обчислювали, то потрібно було для кожного орендаря побудувати систему з 15 лінійних рівнянь з 15 невідомими. Корені такої системи рівнянь можна знайти за формулами Крамера, якщо визначник системи ненульовий. Обчислення здійснювали з використанням стандартних засобів табличного процесора MS Excel [6]. При цьому у формулі (5) використали десятковий логарифм. З огляду на значний обсяг опису процесу виконання етапів методики проміжні результати нами опущено через обмеження на розмір статті. Приклад розрахованих значень коефіцієнтів x_{ij} ($j = 1, 2, 3$) для двох орендарів міської поліклініки включено у табл. 1. Значення коефіцієнтів x_{ijk} матриць X_i трактуються у сенсі AIDS-моделі [3] і означають: для i -го орендаря 1% зміни річної ціни k -ої послуги, в розрахунку за 1 м^2 орендованої площі, вірогідно зумовить зміну річних обсягів орендних платежів j -ої послуги на x_{ijk} %.

На підставі отриманих векторів $\vec{\alpha}_i, \vec{\beta}_i \in E^3$ та матриць X_i розміру 3×3 можна для кожного орендаря побудувати аналітично цінову функцію попиту на оренду приміщень підприємства комунальної власності. З цією метою використовується співвідношення (6) нашої моделі. Зразки побудованих таких функцій попиту, записаних у координатній векторно-матричній формі, для двох орендарів приміщень 2-ої міської поліклініки м. Львова даються виразами (12) та (13). Причому формула (12) визначає аналітично AIDS-функцію попиту на оренду приміщень поліклініки орендарем "МСЕК", а співвідношення (13) є аналітичним виразом специфікацій аналогічної функції попиту для ДКП "Аптека №44". Зазначимо, що перші і треті доданки у цих виразах є координатами векторів $\vec{\alpha}_i$ та $\vec{\beta}_i$ відповідно.

Таблиця 1

Цінові еластичності орендних послуг 2-ої міської поліклініки м. Львова у 1999-2002 рр.

Орендар	Цінова еластичність, %		
	орендна плата	земельний податок	комунальні послуги
“МСЕК”	11,07	1,45	8,54
ДКП “Аптека №44”	22,04	2,72	13,57

[Джерело: облікові дані підприємства, власні розрахунки]

Висновки. На підставі проведеного дослідження можна зробити ряд висновків. Як бачимо, попит на оренду приміщень 2-ої поліклініки м. Львова є дуже еластичним, оскільки цінові еластичності за модулем суттєво більші від одиниці. Це означає, що зміна величини місячної орендної плати за 1 кв.м орендованої площі кожного з трьох видів (оренда, земельний податок, комунальні послуги) на 1% зумовлює зміну обсягів орендних платежів на більшу кількість відсотків. Найсуттєвішим є вплив цінової політики зміни орендної плати, незначною у 1999-2002 роках була залежність суми оренди від величини земельного податку.

По-друге, регіональні ринки оренди приміщень комунальної власності динамічні і нестабільні. Спостерігаємо часту зміну цінової політики на таких ринках, суттєвий вплив регіональних умов, індивідуалізацію договорів на оренду приміщень, змінність множини орендарів у часі. Названі фактори ускладнюють моделювання процесів оренди приміщень комунальної власності з допомогою економіко-математичних методів.

По-третє, проведене дослідження показало доцільність застосування до аналізу тенденцій зміни попиту на оренду приміщень комунальної власності традиційного економічного показника “цінова еластичність попиту” та теорії збалансованого бюджету споживача видатного українського математика-економіста Є. Є. Слуцького.

$$\begin{pmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \\ w_3(t) \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 18.04248 \\ -9.80333206 \\ 10.16102 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 11.096481g p_1(t) - 0.906638321g p_2(t) - 1.458151g p_3(t) \\ 10.356721g p_1(t) - 1.454674742g p_2(t) - 9.269691g p_3(t) \\ -9.998761g p_1(t) + 1.855239492g p_2(t) + 8.5406111g p_3(t) \end{pmatrix} + 3.094613 \times \begin{pmatrix} -5.18569 \\ 0.403874376 \\ 8.755877 \end{pmatrix}; \quad (12)$$

$$\begin{pmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \\ w_3(t) \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 11.12584 \\ -4.15635709 \\ 20.05633 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 22.038711g p_1(t) - 10.84327154g p_2(t) + 12.58811g p_3(t) \\ -5.584791g p_1(t) - 2.724052905g p_2(t) + 6.560571g p_3(t) \\ 7.0104291g p_1(t) + 6.5605704391g p_2(t) - 13.5711g p_3(t) \end{pmatrix} + 3.324397 \times \begin{pmatrix} -0.0278 \\ -1.29939161 \\ 0.78642 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Разом з тим відзначимо певні труднощі, пов'язані з процесом побудови коректної системи лінійних рівнянь виду (4), та трудомісткість розрахунків.

По-четверте, у цій роботі не розглядалось питання точності прогнозування обсягів орендних платежів при зміні цінового вектора з використанням отриманих функцій попиту. Співвідношення (12) і (13) можуть бути використані для оцінки вірогідних сум орендних платежів названими раніше двома орендарями у наступних роках (після 2002 р.). Знаючи очікувану ціну орендної послуги у прогнозованому періоді, можна за (12) чи (13) вирахувати частку оплати її орендарем у загальній сумі і тим самим визначити вірогідний обсяг затрат конкретного орендаря на оплату цієї орендної послуги. Тому оцінка точності такого прогнозу має важливе значення і буде метою майбутнього дослідження.

По-п'яте, у моделі (4)-(9) усі види комунальних послуг інтегровано зводяться до одної. Очевидно, бажано цю модель розширити шляхом доповнення множини D_F усіма видами комунальних послуг, що дозволить точніше оцінити вплив зміни цінового вектора комунальних послуг на тенденції оренди приміщень муніципальної власності.

1. Кемпбелл Р. Макконелл, Стенлі Л. Брю. Аналітична економія: принципи, проблеми і політика. Ч. 2. Мікроекономіка. – Львів: ПРОСВІТА, 1999. – 650 с.
2. Слуцкий Е.Е. К теории сбалансированного бюджета потребителя // Экономико-математические методы. – М., 1963. – Вып. 1. – С. 241-277.

3. A.S. Deaton and J. Muellbauer. An Almost Ideal Demand System//Amer. Econ. Rev. – 1980. – Vol. 70. – No 3. – P.312-326.
4. Твердохліб І. Оцінка тенденцій попиту на оренду приміщень муніципальної власності в умовах трансформаційної економіки//Економічна система України: минуле, сучасне, майбутнє: Матеріали міжнародної науково-практичної конференції, Львів, 21-22 жовтня 2005 р. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2005. – С.327-329.
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 831 с.
6. Матюшок В.М. EXCEL 7.0: Общие и экономические расчеты. – М.: Изд-во РУДН, 1997. – 204 с.

ESTIMATION OF REGIONAL DEMAND TENDENCIES ON RENT OF BUILDINGS OF MUNICIPAL PROPERTY

Ljubomur Zakharevich¹, Hanna Petryk², Ivan Tverdokhlib³

²Ivan Franko National University of L'viv, Prospect Svobody 18, UA – 79008, Ukraine

³Ivan Franko National University of L'viv, Prospect Svobody 18, UA – 79008, Ukraine

Investigates demand dependence on regional rent market of municipal property buildings. Offers economico-mathematical model of estimation quantity of prices crossed elasticity of demand on rent services, which uses well-known AIDS-model of consumption. Realized aprobation of model on information about given rent services one of cities polyclinics of city Lviv.

Key words: transformation economy, rent, rent services, price elasticity, consumption AIDS-model, demand function.